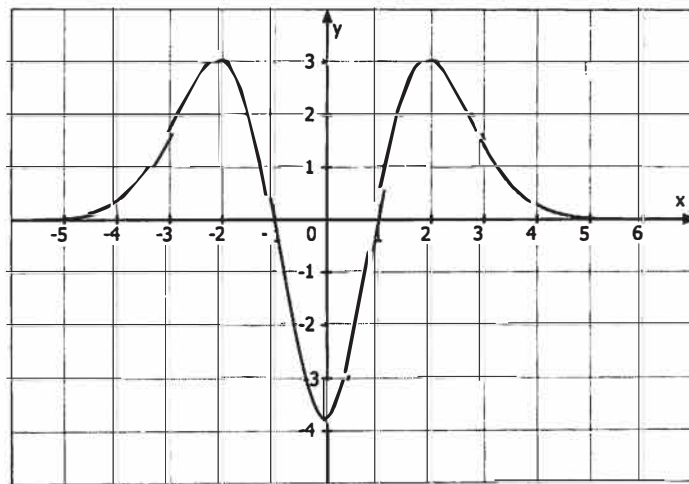


Analysis

Punkte

- 1.1 Die Funktion f ist gegeben durch $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2$; $x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild von f ist K_f .
- 1.1.1 Bestimmen Sie die Nullstellen von f und skizzieren Sie K_f ohne weitere Rechnung. 4
- 1.1.2 Ermitteln Sie die x -Koordinate des Punktes, in dem K_f die Steigung $\frac{3}{2}$ hat. 2
- 1.2 Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Schaubilds einer Funktion s . 5



Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie.

- (1) Es gilt: $s''(4) < 0$.
- (2) Das Schaubild der Ableitungsfunktion s' von s besitzt für $0 < x < 2$ einen Hochpunkt.
- (3) Der Wert von $\int_0^4 s(x) dx$ ist größer als 0.

- 1.3 Die Funktion d ist für $x > 0$ gegeben durch $d(x) = \frac{1}{x^2} + x^2$ und D ist eine Stammfunktion von d . 4

Zeigen Sie:

- (1) D ist für $x > 0$ monoton wachsend.
- (2) Die Stelle $x = 1$ ist die einzige Wendestelle von D .

Stochastik

Punkte

- 2.1 Eine Fußballmannschaft gewinnt jedes ihrer Spiele mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$.

- 2.1.1 Das Ereignis A hat die folgende Wahrscheinlichkeit:

2

$$P(A) = 10 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$$

Geben Sie eine Formulierung für das Ereignis A im Sachzusammenhang an.

- 2.1.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft von vier Spielen genau zwei Spiele gewinnt und diese aufeinander folgen.

2

- 2.2 Eine andere Mannschaft wird von ihren Misserfolgen demotiviert.

4

Die Mannschaft gewinnt das erste Spiel mit einer Wahrscheinlichkeit p . Gewinnt sie das erste Spiel nicht, so ist die Wahrscheinlichkeit dann das zweite Spiel zu gewinnen $\frac{1}{2}p$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft mindestens eines der beiden Spiele gewinnt, beträgt $\frac{4}{9}$.

Begründen Sie, dass durch Lösen der Gleichung

$$1 - (1-p) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}p\right) = \frac{4}{9}$$

die Wahrscheinlichkeit p ermittelt werden kann.

Stochastik

Punkte

- 2 In einer Urne befinden sich zunächst neun Kugeln.
Vier Kugeln haben die Farbe blau, zwei sind weiß und drei sind grün.
- 2.1 Zwei Kugeln werden nacheinander aus der Urne ohne Zurücklegen gezogen. 5
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
- A: Die beiden gezogenen Kugeln sind weiß.
- B: Unter den beiden gezogenen Kugeln befindet sich mindestens eine weiße Kugel.
- C: Eine der beiden gezogenen Kugeln ist weiß und die andere blau.
- 2.2 Es wird nun eine unbekannte Anzahl x von grünen Kugeln der Urne hinzugefügt, 3
sodass bei zweimaligem Ziehen ohne Zurücklegen die Wahrscheinlichkeit zwei grüne Kugeln zu ziehen genau 50 % ist.
- Ermitteln Sie eine Gleichung mit der x berechnet werden kann.

Lineare Algebra: Vektorgeometrie

Punkte

3 Die Punkte $A(5|1|0)$, B, C und D liegen in einer gemeinsamen Ebene

und es gilt: $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Der Schnittpunkt von $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ liegt in der Mitte von A und C.

3.1 Begründen Sie, dass $\overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{BD}$ einen rechten Winkel einschließen und den gleichen Betrag haben.

3

3.2 Fertigen Sie eine geeignete zweidimensionale Skizze an, die zeigt, dass das Viereck ABCD kein Quadrat sein muss.

2

3.3 Ermitteln Sie für den Fall, dass das Viereck ABCD ein Quadrat ist, die Koordinaten der Eckpunkte B und D.

2

7

Lineare Algebra: Vektorgeometrie

Punkte

3.1 Berechnen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems:

3

$$\begin{array}{rcrcrcrcrl} x_1 & + & 2 \cdot x_2 & - & x_3 & = & -4 \\ -x_1 & + & 2 \cdot x_2 & & & = & -3 \\ & & x_2 & + & x_3 & = & 2 \end{array}$$

3.2 Gegeben sind die Geraden g und h mit

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}; r \in \mathbb{R} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}.$$

3.2.1 Zeigen Sie, dass g und h parallel aber nicht identisch sind.

2

3.2.2 Bestimmen Sie einen Punkt P, der von g und h den gleichen Abstand hat.

2

7