

Originale Fachhochschulreife 2020

Hauptprüfung-Mathematik

Hilfsmittel: WTR und Merkhilfe

Paul Fansi

www.faacademy.de

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2$, $x \in \mathbb{R}$. Das Schaubild ist K_f .

- 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Hoch- und Tiefpunkte von K_f .
Zeichnen Sie K_f für $-3 \leq x \leq 2$.

9

- 2.2 Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an K_f im Punkt $P(2 | f(2))$ und die Koordinaten des Schnittpunktes dieser Tangente mit der x -Achse.

4

Gegeben ist das Schaubild K_g einer Funktion g .

- 2.3 Markieren Sie im Schaubild (**siehe Lösungsblatt**) zwei Werte für u mit $u \geq -1$,
welche die Gleichung $\int_{-1}^u g(x) dx = 11$ näherungsweise lösen.
Erläutern Sie Ihr Vorgehen.

4

Ein Unternehmen produziert Betriebssysteme für Smartphones. Alle Smartphone-Besitzer können diese Betriebssysteme nutzen. Im September 2019 veröffentlichte das Unternehmen das Betriebssystem 4.0 als Nachfolger des Betriebssystems 3.0. Weitere Betriebssysteme sind ebenfalls am Markt und werden genutzt.

Die Funktion g mit $g(t) = -80 \cdot e^{-0,023 \cdot t} + 80$, $t \geq 0$
beschreibt durch $g(t)$ den Anteil der 4.0-Nutzer in Prozent zum Zeitpunkt t .
Dabei ist t die Zeit in Tagen, $t = 0$ entspricht dem 1. September 2019.

- 2.4 Skizzieren Sie das Schaubild von g .
Wie viel Prozent der Smartphone-Besitzer werden niemals 4.0 nutzen?
Ermitteln Sie den Anteil der 4.0-Nutzer nach 60 Tagen.
Zu welchem Zeitpunkt hat die Hälfte der Smartphone-Besitzer 4.0 installiert?

8

- 2.5 Die Funktion h mit $h(t) = a \cdot e^{b \cdot t} + 15$, $t \geq 0$, $a, b, c \neq 0$
beschreibt durch $h(t)$ den Anteil der 3.0-Nutzer in Prozent zum Zeitpunkt t .
Dabei ist t die Zeit in Tagen, $t = 0$ entspricht dem 1. September 2019.
- 75% der Smartphone-Besitzer verwendeten 3.0 zum Zeitpunkt $t = 0$.
 - 30 Tage nach der Einführung von 4.0 war der Nutzeranteil beider Betriebssysteme gleich.
- Bestimmen Sie die Werte für a und b .

5

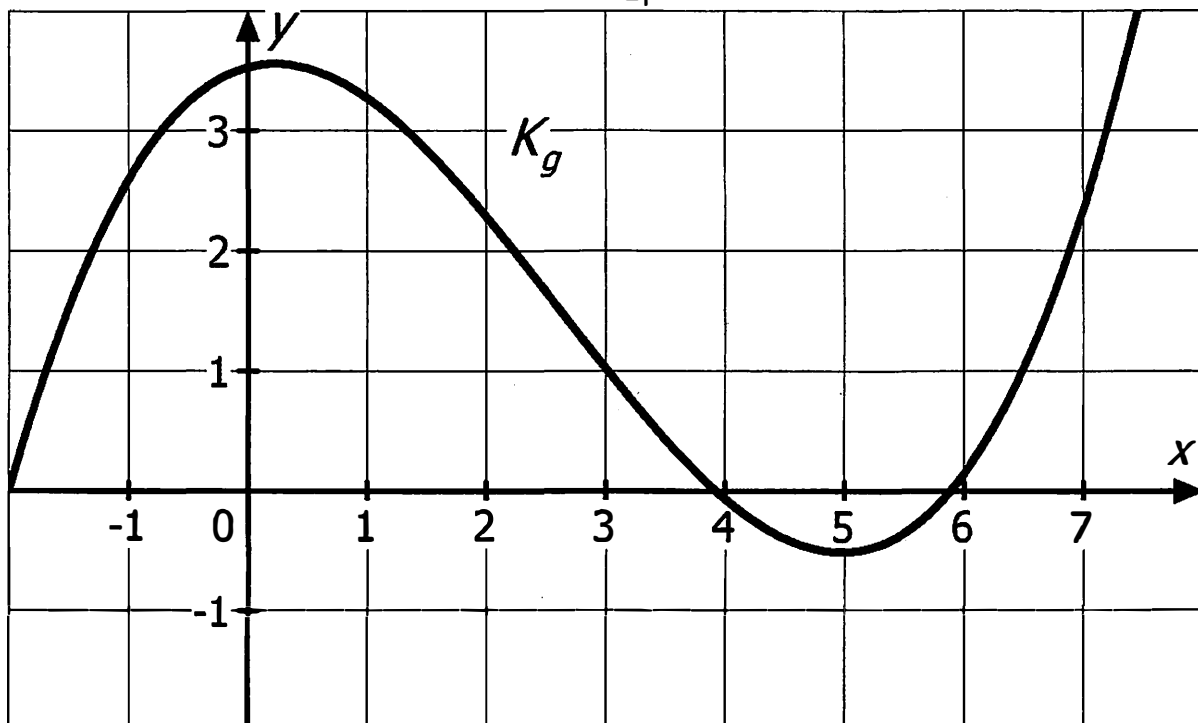
30

Name: _____
Bitte legen Sie dieses Blatt Ihrer Prüfungsarbeit bei.

Lösungsblatt zu Aufgabe 2.3:

Gegeben ist das Schaubild K_g einer Funktion g . Markieren Sie im Schaubild zwei

Werte für u mit $u \geq -1$, welche die Gleichung $\int_{-1}^u g(x) dx = 11$ näherungsweise lösen.



Erläuterung des Vorgehens:

Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = 0,5e^{0,5x} - x + 1,5$, $x \in \mathbb{R}$.
Ihr Schaubild ist K_h .

3.1 Zeichnen Sie K_h für $-2 \leq x \leq 5$. 3

3.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Extrempunktes von K_h .

Das Schaubild von K_h soll verschoben werden:

- a) in y -Richtung, so dass das Schaubild durch den Ursprung verläuft,
- b) so, dass der Extrempunkt im Ursprung liegt.

Geben Sie jeweils einen neuen Funktionsterm an.

8

3.3 Prüfen Sie, ob die Tangente an K_h in $x = 3$ einen positiven y -Achsenabschnitt hat. 4

Vom Schaubild K_f der Funktion f mit $f(x) = 2\cos(bx) + d$, $x \in \mathbb{R}$, ist bekannt, dass der Punkt $P(3 | 3)$ auf K_f liegt.

3.4 Bestimmen Sie jeweils b und d so,
a) dass K_f in P einen Hochpunkt hat.
b) dass K_f in P einen Tiefpunkt hat.

4

Sei ab jetzt $b = \frac{\pi}{2}$ und $d = -1$.

3.5 Bestimmen Sie die ersten beiden positiven Nullstellen von f .
Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die K_f mit der x -Achse zwischen diesen beiden Nullstellen einschließt.

8

3.6 Bestimmen Sie einen x -Wert so, dass der Funktionswert der Funktion d mit $d(x) = h(x) - f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ kleiner als 0,2 ist.

3

Name: _____
Legen Sie dieses Blatt Ihrer Prüfungsarbeit bei.

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 3\sin(2x)$, $x \in \mathbb{R}$. Das Schaubild von f ist K_f .

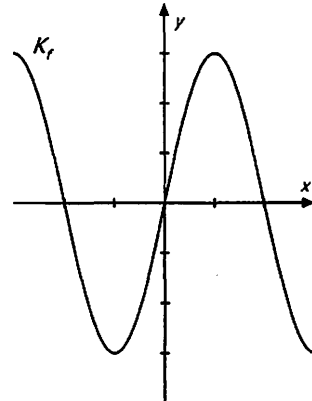
- 4.1 Beschriften Sie die Achsen so, dass das nebenstehende Schaubild K_f zeigt.

3

- 4.2 Geben Sie die Koordinaten eines Wendepunktes von K_f mit negativer Steigung

im Intervall $\left[\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$ an.

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente in diesem Wendepunkt.



7

- 4.3 Das Schaubild K_g der Funktion g mit $g(x) = 3\cos(2x)$, $x \in \mathbb{R}$ schließt mit K_f und der y -Achse im ersten Quadranten eine Fläche ein.

Zeigen Sie, dass sich K_f und K_g bei $x = \frac{\pi}{8}$ schneiden.

Berechnen Sie den Inhalt der beschriebenen Fläche.

7

- 4.4 Eine zum Ursprung symmetrische Parabel 3. Ordnung schneidet die x -Achse in $x = \frac{1}{2}$ und hat im Ursprung dieselbe Steigung wie K_f .

Bestimmen Sie einen Funktionsterm.

5

- 4.5 Gegeben ist das Schaubild K_p einer Polynomfunktion p .

Begründen Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.

- a) K_p gehört zu einer Polynomfunktion, welche mindestens 5. Grades ist.

- b) K_p hat genau zwei Wendepunkte im gezeichneten Abschnitt.

- c) $p'(0) > p'(1)$

- d) Die Gleichung $p(x) = 2$ hat im gezeichneten Abschnitt genau drei Lösungen.

8

